

Appendice A

Modello a danno per murature caricate nel piano

Si illustra sinteticamente il modello continuo per murature caricate nel piano formulato da Gambarotta e Lagomarsino (1997) nell'ipotesi di assimilare la muratura ad un materiale stratificato con giunti orizzontali di malta alternati a strati di mattoni. Nel primo strato si assume che avvengano fenomeni di degrado progressivo legati alle deformazioni anelastiche di apertura e slittamento del giunto; nel secondo si suppone che i fenomeni di degrado siano legati allo schiacciamento e alle deformazioni taglianti. Le equazioni costitutive trascurano i meccanismi di deformazione anelastica che coinvolgono contemporaneamente i giunti verticali ed orizzontali di malta.

Le equazioni costitutive vengono espresse come sovrapposizione della deformazione elastica e delle deformazioni anelastiche del mattone e del giunto di malta:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{K}_M \boldsymbol{\sigma} + \eta_m \boldsymbol{\varepsilon}_m^* + \eta_b \boldsymbol{\varepsilon}_b^*, \quad (\text{A.1})$$

dove $\boldsymbol{\varepsilon}_m^* = \{0, \varepsilon_m^*, \gamma_m^*\}^t$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_b^* = \{0, \varepsilon_b^*, \gamma_b^*\}^t$ rappresentano le deformazioni anelastiche rispettivamente nel giunto di malta e nei mattoni, η_m e η_b sono le frazioni volumetriche dei due componenti e $\mathbf{K}_M$ è la matrice di cedevolezza ortotropa elastica della muratura. Indicando la variabile di danneggiamento del giunto con $\alpha_m (\geq 0)$, tali componenti di deformazione sono assunte come segue:

$$\varepsilon_m^* = c_{mn} \alpha_m H(\sigma_n) \sigma_n, \quad \gamma_m^* = c_{mt} \alpha_m (\tau - f) \quad (\text{A.2. a,b})$$

dove c_{mn} e c_{mt} rappresentano dei moduli di deformabilità normale e tangenziale del giunto di malta in fase anelastica. Nell'equazione (A.2.a) la funzione di Heaviside $H(\sigma_n)$ consente di rappresentare la risposta monolaterale del giunto.

Le componenti di deformazione anelastica nei mattoni sono espresse considerando il danneggiamento per compressione verticale e tensione tangenziale:

$$\varepsilon_b^* = c_{bn} \alpha_b H(-\sigma_2) \sigma_2, \quad \gamma_b^* = c_{bt} \alpha_b \tau. \quad (\text{A.3.a,b})$$

dove le componenti di deformazione anelastica sono assunte linearmente dipendenti dalla variabile di danneggiamento α_b e dai moduli di deformabilità anelastica dei mattoni c_{bn} e c_{bt} . Le variabili interne α_m , α_b e γ_m , possono essere associate alle corrispondenti variabili affini Y_m , Y_b ed f , che rappresentano rispettivamente l'attrito nell'interfaccia tra malta e giunto che si annulla in trazione ($\sigma_n > 0$) e l'energia

rilasciata nel danneggiamento infinitesimo che, in generale, sarà essere distinta per il giunto di malta ed il mattone:

$$Y_m = \frac{1}{2} c_{mn} H(\sigma_n) \sigma_n^2 + \frac{1}{2} c_{mt} (\tau - f)^2, \quad (\text{A.4.a})$$

$$Y_b = \frac{1}{2} c_{bn} H(-\sigma_n) \sigma_n^2 + \frac{1}{2} c_{bt} \tau^2, \quad (\text{A.4.b})$$

Le variabili sono soggette a tre condizioni limite che devono essere soddisfatte durante il processo di carico:

$$\phi_{dm} = Y_m - R_m(\alpha_m) \leq 0, \quad \phi_{db} = Y_b - R_b(\alpha_b) \leq 0, \quad (\text{A.5.a,b})$$

$$\phi_s = |\mathbf{f}| + \mu \sigma_2 \leq 0 \quad (\sigma_2 < 0), \quad v = \mathbf{f} / |\mathbf{f}| \quad (\text{A.5.c,d})$$

dove R_m ed R_b sono le funzioni di tenacità dei giunti di malta e dei mattoni e μ è il coefficiente di attrito; sono definite quindi le corrispondenti leggi di evoluzione delle variabili.