Esame di zone sismogenetiche attraverso lo studio di relazioni di dipendenza stocastica fra tempi di intercorrenza e intensità

R. Rotondi, C. Agostinelli
CNR, Istituto per le Applicazioni della Matematica e dell'Informatica, Milano
(e-mail: reni@iami.mi.cnr.it)

1 Introduzione

I diversi modelli probabilistici proposti in letteratura negli studi sulla pericolosità sismica sono caratterizzati da particolari relazioni fra la grandezza degli eventi e il tempo di accadimento (ampie rassegne sono date in Anagnos e Kiremidijan, 1988 e Vere-Jones, 1995). Quindi la valutazione della pericolosità sismica di una regione richiede, come prima cosa, di scegliere fra le suddette relazioni quella che fornisce la descrizione più aderente alla particolare realizzazione del processo sismico costituita dalla sequenza degli eventi registrati nella regione. I modelli grafici forniscono uno strumento per lo studio di interazioni fra variabili senza richiedere l'assegnazione di uno specifico modello (Lauritzen, 1996); si tratta di modelli statistici, indicati anche col nome di reti bayesiane (Jensen, 1996; Ramoni e Sebastiani, 1998), definiti da un insieme di relazioni di indipendenza condizionata rappresentabile attraverso grafi aciclici.

Scopo della nostra ricerca è stato quello di analizzare la zonazione ZS4.0 (Scandone et al., 1992) e il catalogo NT4.1.1 (Camassi e Stucchi, 1997) alla luce di un insieme di modelli grafici corrispondenti a un insieme di possibili relazioni di dipendenza stocastica fra intensità epicentrale I_0, tempo DT_S trascorso dall'evento precedente e tempo DT_T che separa da quello successivo. Per ciascuna zona sismogenetica z_p, $p = 1, \ldots, 80$, abbiamo stimato le probabilità che definiscono ciascun modello sfruttando l'informazione fornita dalle altre zone sismogenetiche simili a quella in esame per contesto cinematico e meccanismo di rottura atteso. I vari modelli così ottenuti sono stati poi confrontati a due a due adottando il fattore di Bayes (Sez. 4) come criterio di scelta del modello migliore. In questo modo è possibile, da una parte, avanzare delle ipotesi più fondate sull'utilizzo della storia sismica di un'area nella valutazione della sua pericolosità sismica, e, dall'altra, verificare se esiste un accordo fra l'insieme delle zone sismogeneticamente simili secondo il criterio seguito nella zonazione ZS4.0 e quello delle zone a cui, nella presente analisi, si associa lo stesso modello, cioè zone caratterizzate dalla stessa relazione intertempi-intensità.

2 Apprendimento di strutture grafiche dai dati

Le 80 zone sismogenetiche che compongono la zonazione ZS4.0 sono riunite, in accordo al contesto cinematico, in 12 aree più ampie che nel seguito chiameremo macro-zone e indicheremo con Z_q. Se la zona z_p appartiene alla macro-zona Z_q, indicheremo con $Z_{q\text{-}p}$ l'area che si ottiene escludendo z_p da Z_q. Inoltre indicheremo con D_0 l'informazione iniziale sul fenomeno fornita dagli esperti o ricavabile da altri insiemi di dati, quale, ad esempio, la frequenza relativa degli eventi di assegnata intensità; indicheremo invece di volta in volta con D_1 l'informazione contenuta nei vari insiemi di dati relativi alle aree $Z_{q\text{-}p}$. Per evitare distorsioni nei risultati, prima di iniziare l'esame dei modelli grafici, abbiamo affrontato il problema dell'incompletezza del catalogo stimando la parte completa dei vari sottinsiemi di NT4.1.1 formati dagli eventi associati a ciascuna zona sismogenetica; per quanto riguarda il metodo seguito si rimanda a Rotondi e Garavaglia (1998).

A ciascun evento abbiamo associato un vettore con i valori osservati delle tre variabili I_0, DT_S e DT_T. Per motivi di calcolo, abbiamo scelto di categorizzare le variabili; in particolare, l'intensità è stata suddivisa in tre classi: 1 = ($I_0 \leq VI$), 2 = ($VI < I_0 \leq VIII$), 3 = ($I_0 > VIII$), mentre il tempo, misurato in anni, è stato suddiviso in quattro classi: 1 = ($DT \leq 2$), 2 = ($2 < DT \leq 5$), 3 = ($5 < DT \leq 10$), 4 = ($DT > 10$).

Tra i grafi diretti che si possono costruire con le tre variabili I_0, DT_S, DT_T, quelli che hanno significato nel nostro contesto sono gli otto che descrivono i modelli dell'insieme $\mathbf{M}$ = (M_0, M_S, M_T, M_P, M_{0A}, M_{SA}, M_{TA}, M_{PA}). Il modello M_0 sta ad indicare la totale indipendenza fra le variabili. Nel modello M_S il legame fra DTS e I_0 rappresenta la dipendenza della grandezza del futuro terremoto dal tempo trascorso dall'ultimo (modello *slip predictable*), mentre il modello M_T descrive la dipendenza del tempo di accadimento del prossimo evento dalla grandezza dell'ultimo (modello *time predictable*). Il modello M_P comprende entrambe le relazioni precedenti; ciò significa che, se si considera il processo sismico come un processo di accumulo di stress e di rilasci improvvisi, sia il livello iniziale che quello finale possono variare col tempo. Gli altri modelli sono un'estensione dei precedenti ottenuta aggiungendo alle altre la relazione fra DT_S e DT_T.

In sintesi, l'analisi è stata svolta nel modo seguente: con gli n_p dati provenienti da ciascuna zona z_p, abbiamo costruito le due sequenze

$$S_S = \left\{ I_0^{(i)}, \Delta T_S^{(i)} \right\}_{i=1}^{n_p} \qquad \text{e} \qquad S_T = \left\{ I_0^{(i)}, \Delta T_T^{(i)} \right\}_{i=1}^{n_p}$$

e le abbiamo poi analizzate sequenzialmente. Dopo aver assegnato le distribuzioni a priori di tutti i parametri dei modelli e dei modelli stessi sulla base dell'informazione D_0, le abbiamo aggiornate usando D_1. Sfruttando quindi la somiglianza dal punto di vista della cinematica e del meccanismo di rottura delle zone componenti la stessa macro-zona, abbiamo ottenuto distribuzioni a posteriori che avranno, nel seguito dell'analisi, il ruolo di nuove distribuzioni iniziali, più informative delle precedenti. A questo punto, introducendo i dati $\mathbf{y}$ da z_p abbiamo stimato le distribuzioni di tutte le variabili di interesse e scelto il modello migliore fra M_0, M_S, M_T sulla base del fattore di Bayes.

Per studiare i modelli M_P, M_{0A}, M_{SA}, M_{TA}, M_{PA}, cioè per considerare contemporaneamente le due variabili temporali D_S e Δ_T, occorre generare sequenze del tipo

$$\left\{ I_0^{(i)}, \Delta T_S^{(i)}, \Delta T_T^{(i)} \right\}_{i=1}^{n_p}$$

così facendo si perde però l'indipendenza delle osservazioni, condizione fondamentale per la validità dei risultati metodologici esposti in Sezione 4. Per superare questa difficoltà abbiamo analizzato separatamente le due sottosequenze S_{ev} e S_{od} formate rispettivamente coi dati occupanti nella sequenza originaria posto pari e posto dispari. Anche in questo caso il fattore di Bayes è stato adottato come criterio di scelta del modello migliore tra gli otto esaminati.

3 Risultati e osservazioni

Nella Tabella 1 riportiamo i risultati ottenuti confrontando i modelli *slip* e *time predictable* con il modello casuale; la quinta e l'ottava colonna forniscono la numerosità dei campioni considerati nelle due fasi dell'analisi. $B_{S,0}$ e $B_{T,0}$ indicano i fattori di Bayes corrispondenti ai confronti tra il modello M_S e M_T col modello M_0. L'apice $^{(0)}$ distingue i fattori di Bayes in cui le probabilità sono state aggiornate attraverso i dati di Z_{q-p} da quelli in cui sono stati usati i dati di z_p. I valori maggiori di 1 sono riportato in grassetto; essi corrispondono ai casi in cui l'ipotesi di dipendenza stocastica è preferibile a quella di indipendenza. L'ultima colonna contiene infine i modelli risultati migliori secondo il criterio di scelta adottato; i caratteri in grassetto stanno ad indicare che il fattore di Bayes corrispondente supera il valore 2. Infatti, secondo la scala di evidenza di Jeffreys, generalmente si assume che si ha una leggera, moderata o forte evidenza in favore del primo modello quando il fattore di Bayes appartiene rispettivamente agli intervalli (1., 3.1623), (3.1623, 10.) o (10., 100.); nel nostro caso però, dato la complessità del problema trattato, abbiamo ritenuto che già fattori di Bayes superiori a 2 potessero costituire un'evidenza sufficiente a favore del primo modello, cioè della dipendenza stocastica. Al contrario fattori di Bayes minori di 0.5 sono stati giudicati indice di accettabilità dell'ipotesi di indipendenza. Riteniamo opportuno sottolineare che il modello riportato nell'ultima colonna dovrebbe essere considerato non tanto come il "*vero*" modello, ma come un indicatore della relazione di dipendenza stocastica più significativa tra le quantità in esame.

L'apice $^{+}$ o $^{++}$ indica che l'analisi svolta su una o entrambe le sottosequenze S_{ev}, S_{od} conduce a risultati concordanti con quelli ottenuti analizzando le sequenze S_S e S_T. Il gran numero di apici presenti nell'ultima colonna della Tabella 1 dà prova di sostanziale coerenza tra i vari risultati ottenuti; ad esempio, la presenza o mancanza del legame stocastico $\Delta T_S \rightarrow I_0$ o $I_0 \rightarrow DT_T$ nel modello indicato come il migliore è confermata, nella maggior parte dei casi, dall'analisi di S_{ev} e/o S_{od}.

Z_q	z_p	$B^{(0)}_{S,0}$	$B^{(0)}_{T,0}$	$\#Z_{q-p}$	$B_{S,0}$	$B_{T,0}$	$\#z_p$	*modello*
1.1	1	.030	.007	270	**4.138**	**1.433**	15	$\mathbf{S}^{++},T^{++}$
	2	.036	.008	270	**1.854**	.623	15	S^{++}
	3	.106	.024	256	.251	.085	29	**0**
	4	.012	.005	202	**46.112**	**78.545**	83	$\mathbf{S}^{+},\mathbf{T}$
	6	.041	.013	262	**1.573**	.152	23	S^{++}
	8	.067	.008	258	.319	.623	27	0^{+}
	9	.040	.007	276	**1.027**	.713	9	S
	11	.048	.004	264	.597	**7.966**	21	$\mathbf{T}^{+}$
	13	.033	.005	274	**2.207**	**2.621**	11	$\mathbf{S}^{++},\mathbf{T}^{+}$
	16	.043	.008	282	.823	.498	3	0
	17	.043	.006	281	.848	**1.336**	4	T^{+}
	18	.034	.006	280	**1.771**	**1.336**	5	S^{++},T^{++}
	19	.035	.005	273	**1.527**	**3.030**	12	$\mathrm{S},\mathbf{T}^{++}$
	20	.032	.006	270	**2.462**	**1.336**	15	$\mathbf{S}^{++},T^{+}$
	21	.034	.011	272	**1.904**	.271	13	S^{++}
1.2	5	$< 10^{-6}$	.052	73	1.	.137	13	0^{+}
	7	$< 10^{-6}$	.019	79	1.	**2.264**	7	$\mathbf{T}^{++}$
	10	$< 10^{-6}$	.017	82	1.	**1.605**	4	T^{++}
	12	$< 10^{-6}$	.029	80	1.	.529	6	0
	14	$< 10^{-6}$	.019	75	1.	**1.707**	11	T^{+}
	15	.001	.050	61	$< 10^{-6}$	.509	25	0^{+}
	22	$< 10^{-6}$	.027	66	1.	**1.198**	20	T^{+}
2.1	30	.003	.009	116	.666	.665	30	0
	35	.002	.008	125	**2.508**	.748	21	**S**
	38	.003	.008	120	**2.680**	**2.531**	26	$\mathbf{S}^{++},\mathbf{T}^{+}$
	39	.004	.008	132	.249	1	.14	0^{+}
	48	.003	.012	121	1.	.497	25	0
	53	.005	.015	116	.199	.396	30	**0**
2.2	28	$< 10^{-6}$	.002	313	1.	.499	29	0
	29	$< 10^{-6}$	.002	328	1.	.499	14	0
	32	$< 10^{-6}$	.002	331	1.	.499	11	0
	33	$< 10^{-6}$	.002	329	1	.1	.13	-
	34	$< 10^{-6}$	.002	337	1	.1	.5	-
	36	.001	.002	332	$< 10^{-6}$	1	.10	0
	37	$< 10^{-6}$	.002	320	1	.1	.22	-
	44	$< 10^{-6}$	.002	325	1	.1	.17	-
	45	$< 10^{-6}$	.002	305	1.	.499	37	0^{+}
	46	$< 10^{-6}$	.002	319	1	.1	.23	-
	47	$< 10^{-6}$	.003	276	1.	.666	66	0
	50	$< 10^{-6}$	.002	283	1	.1	.59	-
	51	.001	.002	321	$< 10^{-6}$	**1.502**	21	T^{+}

Z_q	z_p	$B^{(0)}_{S,0}$	$B^{(0)}_{T,0}$	$\#Z_{q-p}$	$B_{S,0}$	$B_{T,0}$	$\#z_p$	*modello*
	52	$< 10^{-6}$	.002	327	1	.1	.15	-
2.3	27	.051	.018	80	.539	.775	5	0
	31	.229	.065	40	.449	.203	45	$\mathbf{0}^{++}$
	41	.065	.035	60	.641	.229	25	0^{+}
	42	.041	.019	77	**1.517**	.840	8	S^{+}
	49	.038	.017	83	**1.198**	.940	2	S
2.4	25	.055	.021	68	**1.803**	.903	3	S^{+}
	26	.060	.025	65	**1.803**	.788	6	S^{+}
	40	.073	.028	60	.890	.512	11	0
	43	.068	.053	40	**4.077**	.250	31	$\mathbf{S}$
	54	.057	.021	69	**1.586**	.903	2	S^{+}
	55	.401	.035	53	.093	.462	18	$\mathbf{0}^{+}$
2.5a	66	$< 10^{-6}$	.025	84	$> 10^{+6}$	.788	23	S^{++}
	67	$< 10^{-6}$	.017	98	1.	**1.301**	9	T^{++}
	69	.045	.029	78	$< 10^{-6}$	**1.185**	29	T^{+}
	70	$< 10^{-6}$	.020	100	1.	**1.051**	7	T^{++}
	71	$< 10^{-6}$	.031	74	$> 10^{+6}$	.593	33	S^{++}
	72	$< 10^{-6}$	.016	101	1.	**2.363**	6	$\mathbf{T}^{++}$
2.5b	65	.006	.024	76	**1.505**	.647	4	S^{+}
	68	.006	.017	73	**2.012**	**2.097**	7	$\mathbf{S}^{+},\mathbf{T}^{+}$
	74	.104	.081	44	.039	.137	36	$\mathbf{0}^{+}$
	75	.013	.027	63	.305	.532	17	0^{++}
	76	.008	.029	64	**1.761**	**1.148**	16	S^{++},T^{+}
3	57	$< 10^{-6}$	.022	73	1	..631	11	0^{+}
	58	$< 10^{-6}$	.017	70	1.	**1.850**	14	T^{+}
	62	.001	.027	69	$< 10^{-6}$	.493	15	0
	63	.011	.044	42	$< 10^{-6}$	.371	42	0^{++}
	64	$< 10^{-6}$	.017	82	1	..881	2	0
4	23	.445	.718	5	**1.377**	.626	4	S^{+}
	24	.835	.706	4	**2.465**	**1.012**	5	$\mathbf{S}^{++},T$
5	59	.007	.018	76	**1.288**	.551	15	S^{+}
	60	.007	.010	86	1.	.497	5	0
	61	.014	.019	66	.354	.627	25	0^{+}
	77	.006	.011	82	**2.012**	.634	9	$\mathbf{S}^{+}$
	78	.007	.013	76	**1.433**	.612	15	S^{++}
	79	.043	.016	73	.118	**1.319**	18	T^{++}
	80	.006	.009	87	**1.168**	.776	4	S^{++}
6	56	.071	.122	68	**9.875**	**1.511**	19	$\mathbf{S}^{++},T^{+}$
	73	.294	.297	19	.052	.309	68	$\mathbf{0}^{+}$

Tab. 1: Risultati dell'analisi svolta sulle zone sismogenetiche di ZS4.0 al fine di studiare l'esistenza di relazioni di dipendenza stocastica fra le variabili I_0, DT_S e DT_T.

4 Reti bayesiane

4.1 Elementi principali

Una rete bayesiana è definita da un insieme di variabili $\mathbf{Y} = \{Y_1,...,Y_V\}$ e dal grafo che rappresenta le relazioni di indipendenza condizionata esistenti fra gli elementi di $\mathbf{Y}$. I nodi del grafo corrispondono a variabili casuali e le frecce, da un nodo ''padre'' a un nodo ''figlio'', indicano influenza diretta della prima variabile sulla seconda. Supponiamo che le variabili siano tutte discrete e indichiamo con s_i il numero di stati che la variabile Y_i può assumere e con y_{ik} il valore assunto da Y_i nello stato k-esimo, $k = 1, 2, . . ., s_i$. Ad esempio, nel nostro caso, la variabile I_0 può assumere $s_{Io} = 3$ stati col valore convenzionale $Y_{Io,k} = k$, $k = 1, 2, 3$. Il modello è completamente specificato assegnando il vettore delle probabilità $q_i = (q_{i1} ,..., q_{is\ i})$ per ciascun nodo non ''influenzato'' da variabili ''genitori'', e dalle probabilità q_{ijk} di ciascun nodo ''figlio'' Y_i, condizionate da ciascuno degli stati $p_{i1} ,..., p_{iqi}$ dei suoi ''genitori'' P_i, cioè, $q_{ijk} = pr(Y_i = y_{ik} \mid P_i = p_{ij})$. Seguendo l'impostazione bayesiana tutte queste probabilità sono considerate come variabili casuali da stimare aggiornando attraverso i dati le distribuzioni a loro assegnate inizialmente sulla base della conoscenza posseduta sul fenomeno.

Sia $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1 ,...,\mathbf{y}_n)$ un campione di ampiezza n dove ogni $\mathbf{y}_h = (y_{1h},...,y_{Vh})$, $h = 1, . . ., n$, è un vettore di osservazioni sulle V variabili. Indichiamo con $n(y_{ik} \mid p_{ij})$ il numero di osservazioni in cui la variabile Y_i è nello stato y_{ik} e i suoi ''genitori'' P_i sono nello stato p_{ij}, mentre

$$n(\pi_{ij}) = \sum_{k=1}^{s_i} n(y_{ik} \mid \pi_{ij})$$

è il numero di osservazioni in cui è verificata solamente la seconda delle due condizioni precedenti. Se le osservazioni sono indipendenti, sotto opportune condizioni sui parametri q_{ij} , si può dimostrare che la verosimiglianza e la densità a posteriori di q hanno la seguente espressione:

$$L(\theta) = \prod_{k=1}^{n} p(\mathbf{y}_k \mid \theta) = \prod_{i=1}^{V} \prod_{j=1}^{q_i} \prod_{k=1}^{s_i} \theta_{ijk}^{n(y_{ik} \mid \pi_{ij})}; \qquad p(\theta \mid \mathbf{y}) \propto \prod_{ij} \left\{ p(\theta_{ij}) \prod_{k=1}^{s_i} \theta_{ijk}^{n(y_{ik} \mid \pi_{ij})} \right\}.$$

Se si assume che la distribuzione a priori di ogni q_{ij} è una Dirichlet di parametri $(a_{ij1} ,..., a_{ijs\ i})$ e densità

$$f(\theta_{ij}) = \frac{\Gamma(\alpha_{ij})}{\prod_{k=1}^{s_i} \Gamma(\alpha_{ijk})} \prod_{k=1}^{s_i} \theta_{ijk}^{\alpha_{ijk}-1}$$

dove $\Gamma(.)$ indica la funzione Gamma, dalle ipotesi fatte segue che la distribuzione a posteriori è ancora una Dirichlet di parametri ($a_{ij1} + n(y_{i1}| p_{ij})$, . . ., $a_{ijs\ i} + n(y_{is\ i} | p_{ij}))$. Le medie a posteriori, che possono essere assunte come stimatori di ciascun q_{ijk} ,e le varianze sono date da

$$\hat{\theta}_{ijk} = E(\theta_{ijk}| \mathbf{y}) = \frac{\alpha_{ijk} + n(y_{ik}| \pi_{ij})}{\alpha_{ij} + n(\pi_{ij})} \qquad V(\theta_{ijk}| \mathbf{y}) = \frac{E(\theta_{ijk}| \mathbf{y}) \{1 - E(\theta_{ijk}| \mathbf{y})\}}{\alpha_{ij} + n(\pi_{ij}) + 1} .$$

4.2 Scelta del modello

Sia $\mathbf{M} = (M_0, M_1,..., M_m)$ un generico insieme di modelli. Basandoci sulle informazioni iniziali è possibile assegnare la probabilità a priori di ciascun modello in M; in seguito, ogniqualvolta si entrerà in possesso di nuovi dati, si aggiornerà tale probabilità applicando il teorema di Bayes

$$p(M_l| \mathbf{y}) = \frac{p(M_l)\ p(\mathbf{y} \mid M_l)}{\sum_{i=1}^{m} p(M_i)\ p(\mathbf{y} \mid M_i)}$$

dove la verosimiglianza marginale di M_l è data da

$$p(\mathbf{y} \mid M_l) = \prod_{i=1}^{V} \prod_{j=1}^{q_i} \frac{\Gamma(\alpha_{ij})}{\Gamma(\alpha_{ij} + n(\pi_{ij}))} \prod_{k=1}^{s_i} \frac{\Gamma(\alpha_{ijk} + n(y_{ik}| \pi_{ij}))}{\Gamma(\alpha_{ijk})} .$$

Una misura dell'evidenza nei dati a favore del modello M_{l1} contro il modello M_{l2} è data dal rapporto fra gli odds a posteriori $p(M_{l1} \mid \mathbf{y})/ p(M_{l2} \mid \mathbf{y})$ e i corrispondenti odds a priori $p(M_{l1})/ p(M_{l2})$; questo rapporto è noto come fattore di Bayes ed è dato da

$$B_{l_1,l_2} = \frac{p(M_{l_1}| \mathbf{y})}{p(M_{l_1})} \div \frac{p(M_{l_2}| \mathbf{y})}{p(M_{l_2})} = \frac{p(\mathbf{y} \mid M_{l_1})}{p(\mathbf{y} \mid M_{l_2})} .$$

5 Conclusioni

L'esame dei dati riportati nella Tabella 1 mette in evidenza che in meno del 37% delle zone sismogenetiche il processo fisico mostra un comportamento casuale, mentre nel 55% vi è evidenza in favore della dipendenza stocastica tra tempi di intercorrenza e grandezza dei terremoti. In 11 zone sia il modello M_S che quello M_T sono preferiti al modello casuale M_0; questo può essere interpretato come la necessità di considerare nuovi modelli in cui la dipendenza dal passato sia di ordine superiore. In particolare, in 2 di tali zone, la 18 e la 76, vi è un'esplicita indicazione a sostegno del modello M_{PA}, il più complesso tra gli otto esaminati, che fonde le due relazioni $DT_S \rightarrow I0$ e $I \rightarrow DT_T$ con la relazione $DT_S \rightarrow DT_T$. In altre 6 delle suddette zone esiste invece un'esplicita indicazione a favore del modello M_P. Si noti che per 7 zone della macro-zona 2.2, essendo entrambi i fattori di Bayes $B_{S,0}$ e $B_{T,0}$ uguali a 1, il criterio adottato non consente di scegliere quale sia il migliore fra i modelli in esame.

Per quanto riguarda gli strumenti metodologici utilizzati, uno degli svantaggi dell'aver applicato modelli grafici discreti è stata la necessità di categorizzare le variabili temporali continue e quindi dover stimare, per alcuni modelli, un numero di parametri elevato rispetto all'ampiezza media del campione, cosa che rende non completamente affidabili i risultati ottenuti per alcune zone. Una possibile soluzione potrebbe consistere nel passare a modelli grafici misti comprendenti sia variabili discrete che continue. In questo modo però le valutazioni delle probabilità a posteriori potrebbero non essere eseguibili con metodi diretti, bensì richiedere tecniche di integrazione numerica o metodi stocastici.

In generale i risultati ottenuti sembrano indicare che il tempo di intercorrenza giochi un ruolo importante nella costruzione di modelli stocastici per la descrizione di eventi sismici e che, conseguentemente, in futuro sarà opportuno considerare modelli con una struttura temporale più complessa quali, ad esempio, processi di punto con funzione intensità condizionata all'intera storia sismica della regione in esame. Per un'analisi più dettagliata dei risultati rimandiamo ad Agostinelli e Rotondi (2000).

Bibliografia

Agostinelli C., Rotondi R. (2000): Bayesian belief networks in the analysis of the stochastic dependence among interevent time and size of earthquakes. *Quaderno CNR-IAMI 2000.7.*

Anagnos T., Kiremidjian A.S. (1988): A review of earthquake occurrence models for seismic hazard analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, **3,** 1, 3-11.

Camassi R., Stucchi M. (1997): NT4.1.1 - a parametric catalogue of damaging earthquakes in the Italian area. CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti; *http://emidius.itim.mi.cnr.it/NT/home.html*

Jensen F.V. (1996): An Introduction to Bayesian Networks. *University College London Press.*

Lauritzen S.L. (1996): Graphical Models. *Oxford University Press*, New York.

Ramoni M., Sebastiani P. (1998): Bayesian methods for intelligent data analysis. In *An Introduction to Intelligent Data Analysis,* M. Berthold e D.J. Hand, eds., Springer, New York.

Rotondi R., Garavaglia E. (1998): Analisi statistica della completezza di un catalogo sismico. *Quaderno CNR-IAMI 98.16.*

Scandone P., Patacca E., Meletti C., Bellatalla M., Perilli N., Santini U. (1992): Struttura geologica, evoluzione cinematica e schema sismotettonico della penisola italiana. *Atti del Convegno del Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti,* Pisa 25-27 Giugno 1990,

Zonazione e riclassificazione sismica, **1,** 119-135. *http://emidius.itim.mi.cnr.it/GNDT/P511/home html*
Vere-Jones D. (1995): Forecasting earthquakes and earthquake risk. *International Journal of Forecasting*, **11,** 503-538.